

Siatki i sklejanie wielościanów

**Praca konkursowa
Matematyka dla Młodych**

Miłosz Tresenberg
Zespół Szkół w Kleszczewie
ul. Poznańska 2, 63-005 Kleszczewo
klasa 3GB

Spis treści

Rozdział 1. Wstęp.....	3
Rozdział 2. Wielościany foremne.....	4
Rozdział 3. K-drony.....	8
Rozdział 4. Graniastosłupy i antygraniastosłupy.....	10
Rozdział 5. Ostrosłupy.....	14
Rozdział 6. Wielościany archimedesowe.....	17
Rozdział 7. Wielościany Catalana.....	20
Rozdział 8. Własne obserwacje.....	23

Rozdział 1. Wstęp

W swojej pracy zatytułowanej „Siatki i sklejanie wielościanów” scharakteryzowałem wielościany z uwzględnieniem ich klasyfikacji, tj. systematyki w układzie określonych grup. Moim celem było pokazanie ich piękna i bogactwa. Uważam, że żadna inna dziedzina matematyki nie jest tak malownicza jak geometria przestrzenna. Podzieliłem wybrane wielościany na grupy i każdej z grup poświęciłem rozdział. W każdym z rozdziałów zawarłem ogólną charakterystykę poszczególnych brył oraz ryciny ze schematami siatek.

Pracę wzbogaciłem fotografiami. Na zdjęciach przedstawiam wybrane figury przestrzenne z prywatnej kolekcji, na którą składa się około 150 indywidualnie wykonanych wielościanów. Rysowanie siatek brył i ich sklejanie jest moją pasją od kilku lat.

W podsumowaniu pracy umieściłem wnioski, do których doszedłem w toku projektowania siatek, doświadczeń związanych ze sklejanem figur przestrzennych, a także obserwacji gotowych modeli. Zamieściłem także tabelę, w której znajduje się charakterystyka wielościanów z uwzględnieniem typu ścian oraz liczby ścian, krawędzi i wierzchołków.

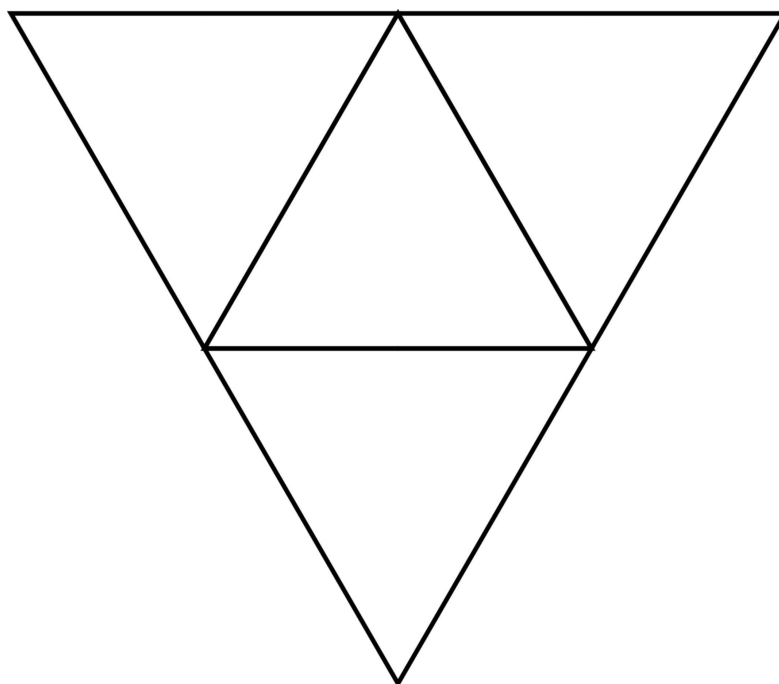
Rozdział 2. Wielościany foremne

2.1. Charakterystyka wielościanów foremnych

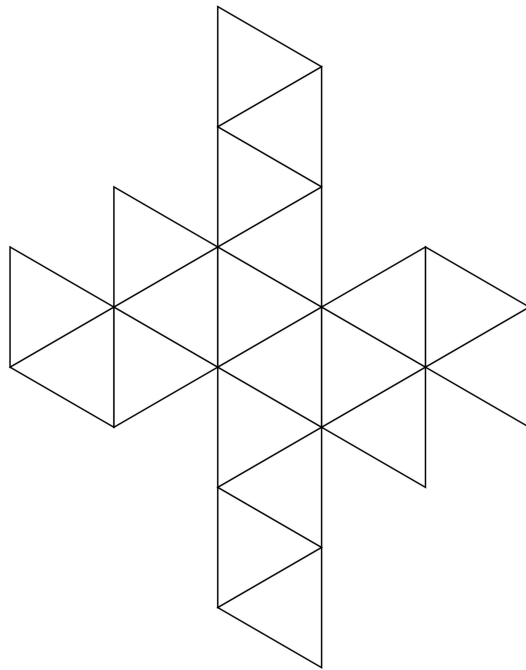
Wielościany foremne są inaczej nazywane bryłami platońskimi. Jest pięć wielościanów foremnych. Są to: czworościan foremny, dwudziestościan foremny, dwunastościan foremny, ośmiościan foremny i sześcián. Wielościan foremny posiada następujące cechy:

- ! wszystkie ściany są przystającymi wielokątami foremnymi
- ! w każdym wierzchołku zbiega się jednakowa liczba ścian i krawędzi
- ! nie jest układem innych wielościanów foremnych
- ! wszystkie kąty dwuścienne mają identyczną miarę
- ! każda krawędź jest wspólna dla dwóch ścian
- ! posiada sferę opisaną i wpisaną, a także półwpisaną
- ! może zostać podzielony na przystające ostrosłupy prawidłowe.

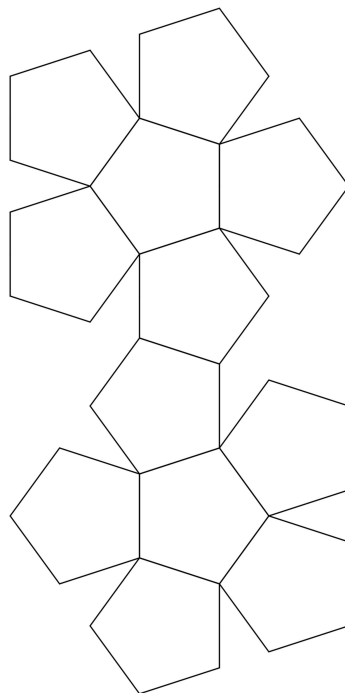
2.2. Przykładowe siatki wielościanów foremnych



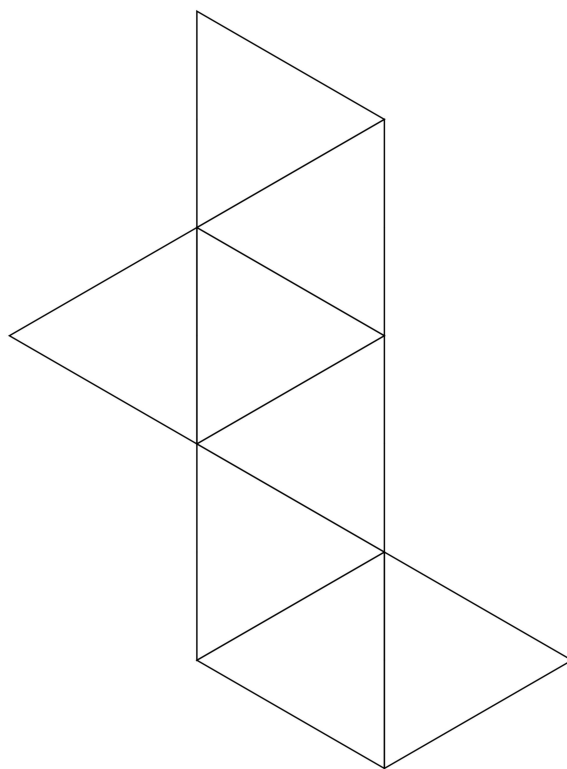
Ryc. 1. Siatka czworościanu foremnego



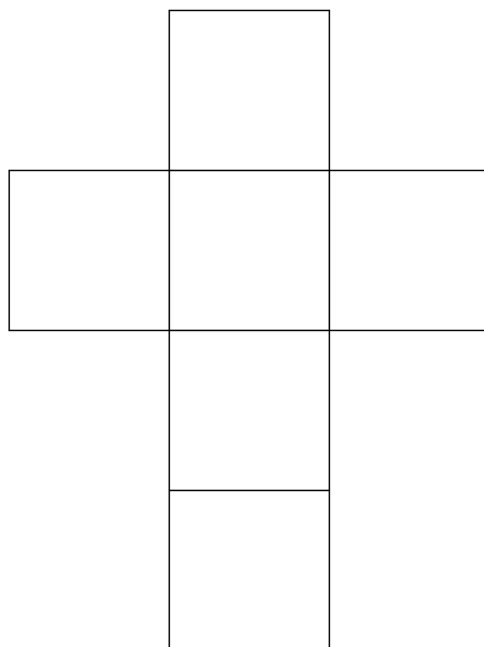
Ryc. 2. Siatka dwudziestościanu foremnego



Ryc. 3. Siatka dwunastościanu foremnego

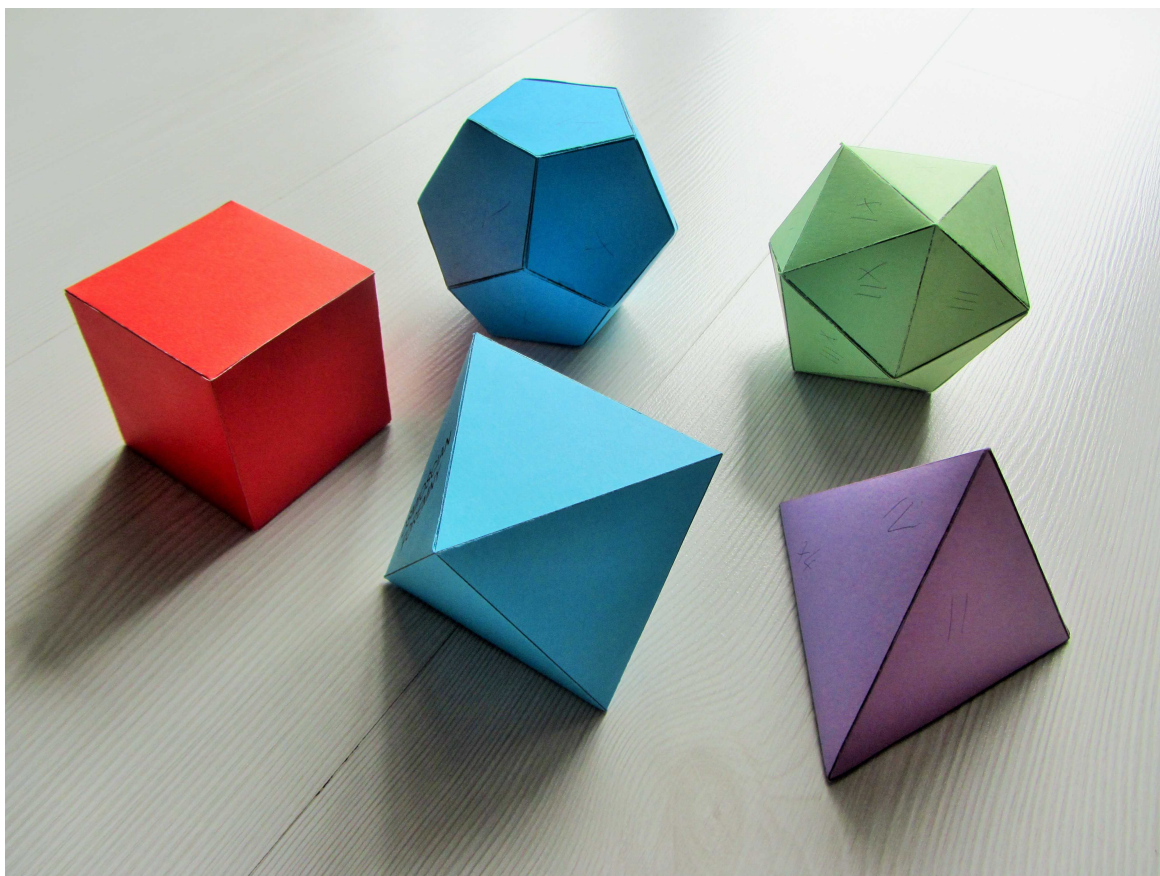


Ryc. 4. Siatka ośmiościanu foremnego



Ryc. 5. Siatka sześcianu

2.3. Fotografia wielościanów foremnych



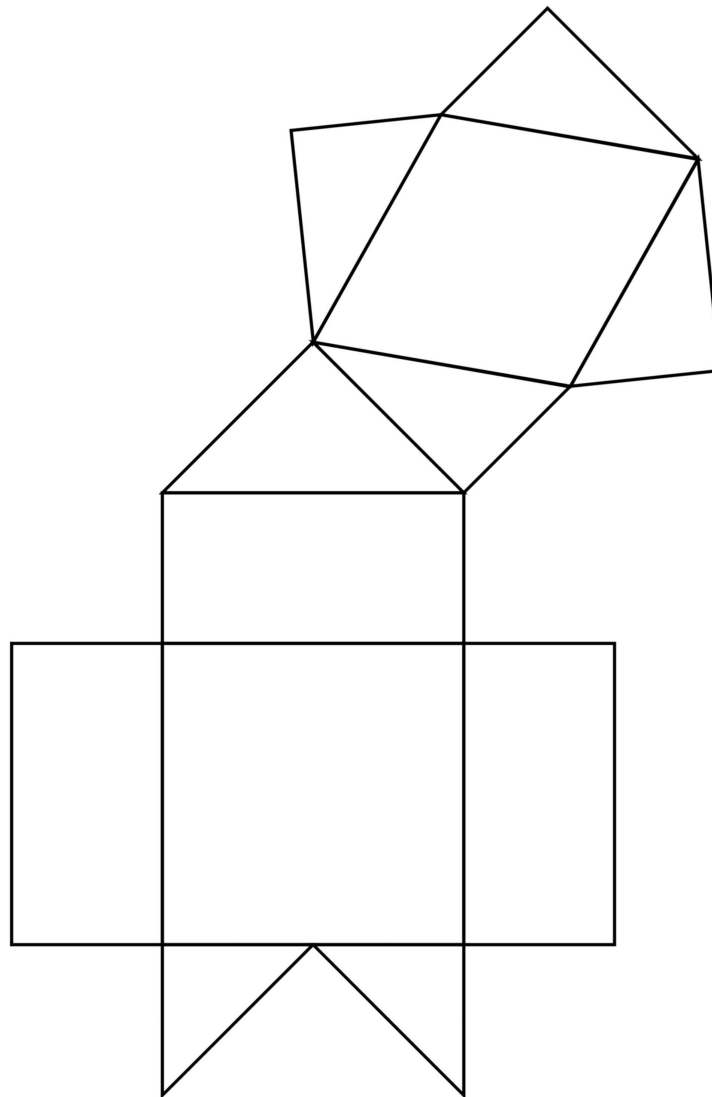
Fot. 1. Pięć wielościanów foremnych

Rozdział 3. K-drony

3.1. Charakterystyka K-dronów

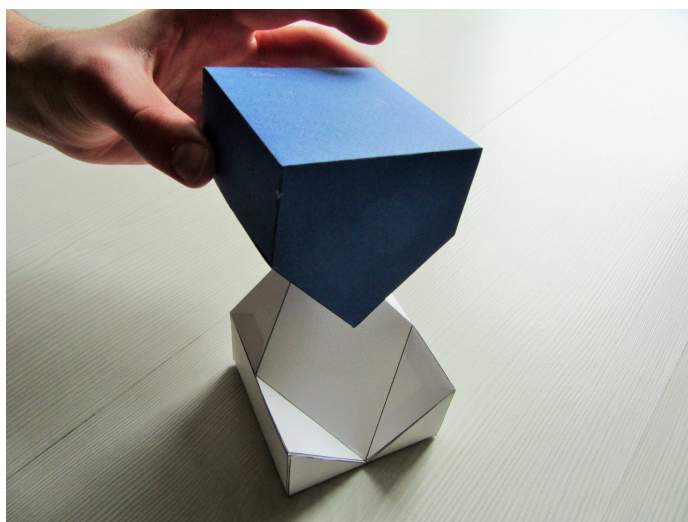
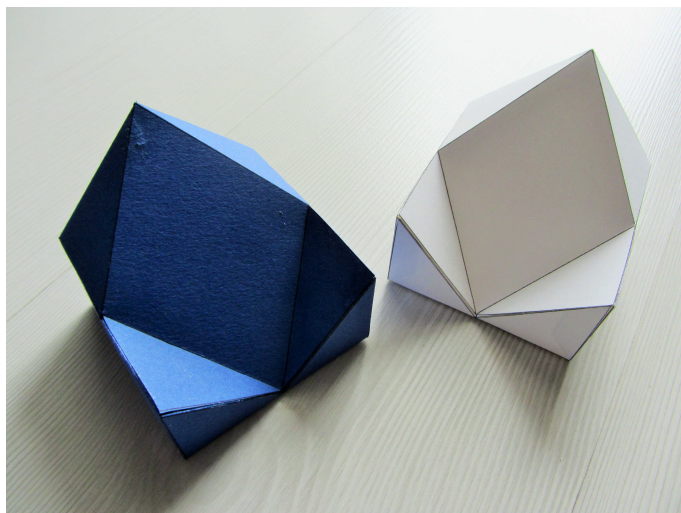
Szczególną uwagę chciałbym poświęcić figurze przestrzennej, jaką jest K-dron. K-dron został wymyślony przez pana Janusza Kapustę. Bryła ta powstała w wyniku podziału sześcianu na dwie przystające figury geometryczne. Ma jedenaście ścian i dwanaście wierzchołków. Ma szerokie zastosowanie, np. w architekturze, a także w grach. K-dron nie jest bryłą wypukłą.

3.2. Siatka K-dronu



Ryc. 6. Siatka K-dronu

3.3. Fotorografie K-dronów



Fot. 2-4. Dwa K-drony tworzące sześcian

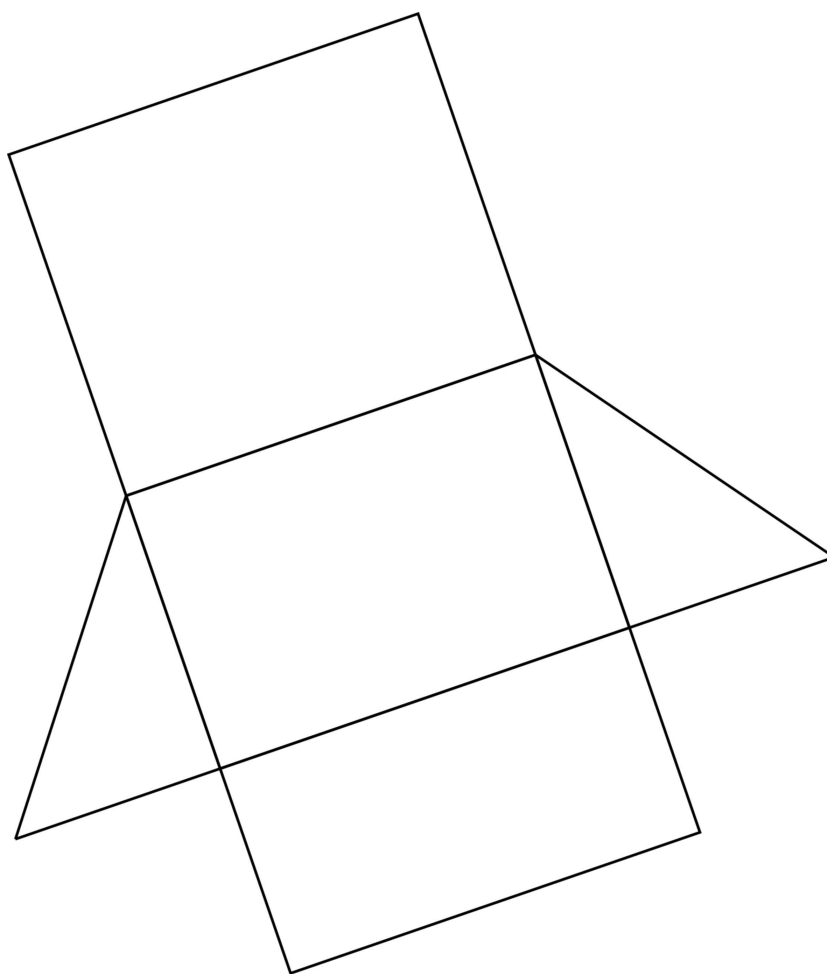
Rozdział 4. Graniastosłupy i antygraniastosłupy

4.1. Charakterystyka graniastosłupów i antygraniastosłupów

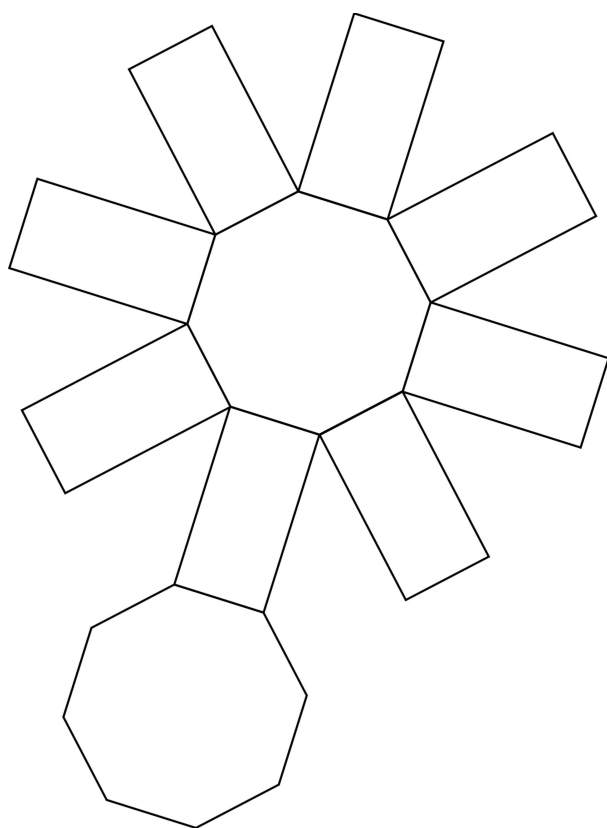
Graniastosłupy to wielościany mające dwie przystające i równoległe podstawy, a także ściany boczne, które są równoległobokami.

Graniastosłup prosty to graniastosłup, którego ściany boczne są prostokątami, a krawędzie boczne są prostopadłe do podstaw. W graniastosłupie prawidłowym podstawy są wielokątami foremnymi, a ściany boczne są przystającymi prostokątami. Antygraniastosłupy mają także dwie przystające i równoległe podstawy, są one wielokątami foremnymi. Ściany boczne są jednak trójkątami.

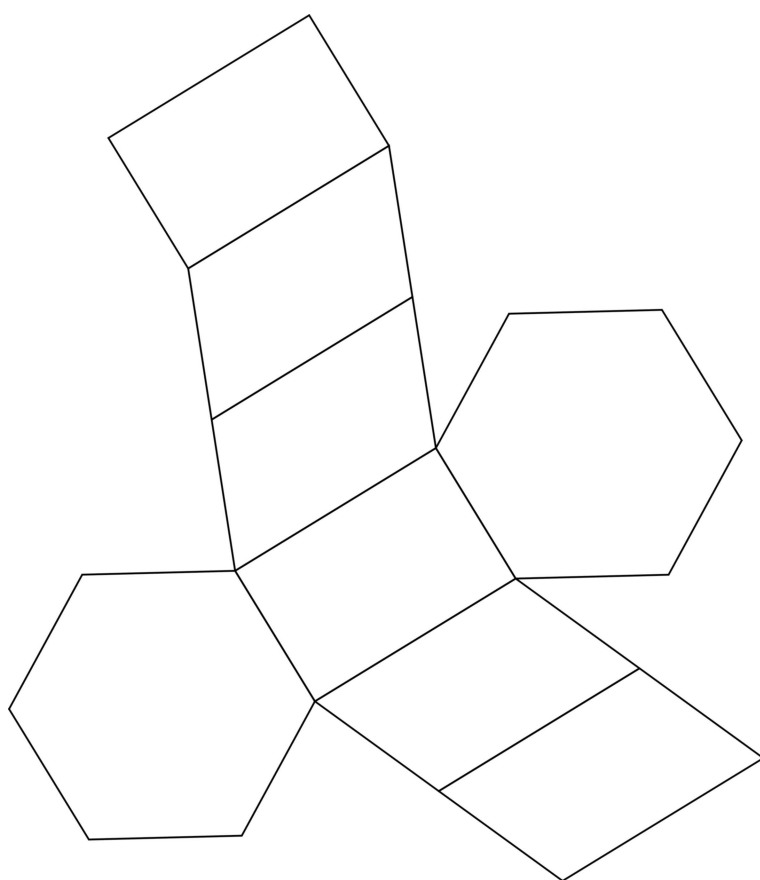
4.2. Siatki wybranych graniastosłupów i antygraniastosłupów



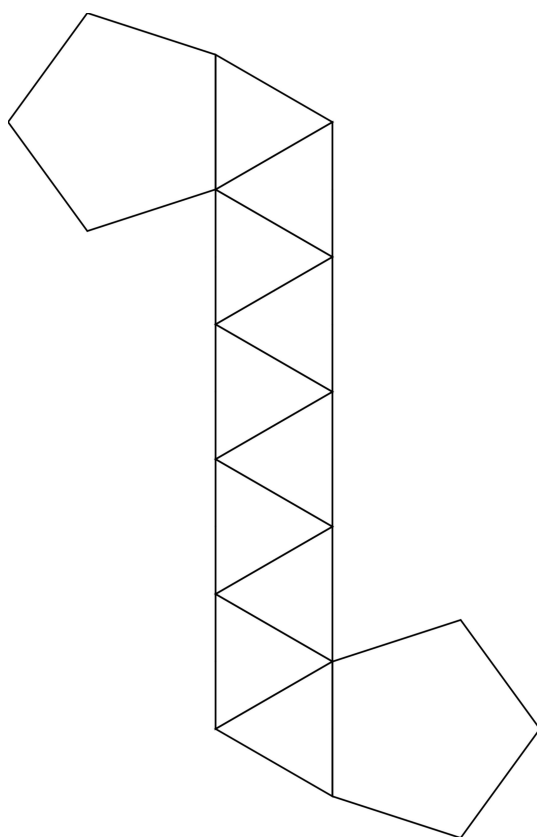
Ryc. 7. Graniastosłup prosty trójkątny



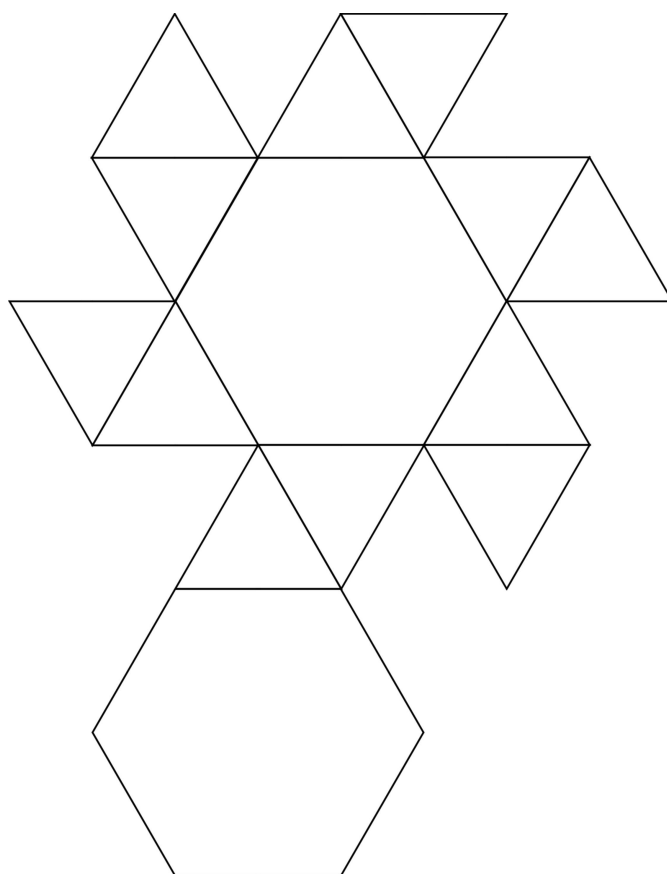
Ryc. 8. Graniastosłup prawidłowy ośmiokątny



Ryc. 9. Graniastosłup pochyły sześciokątny

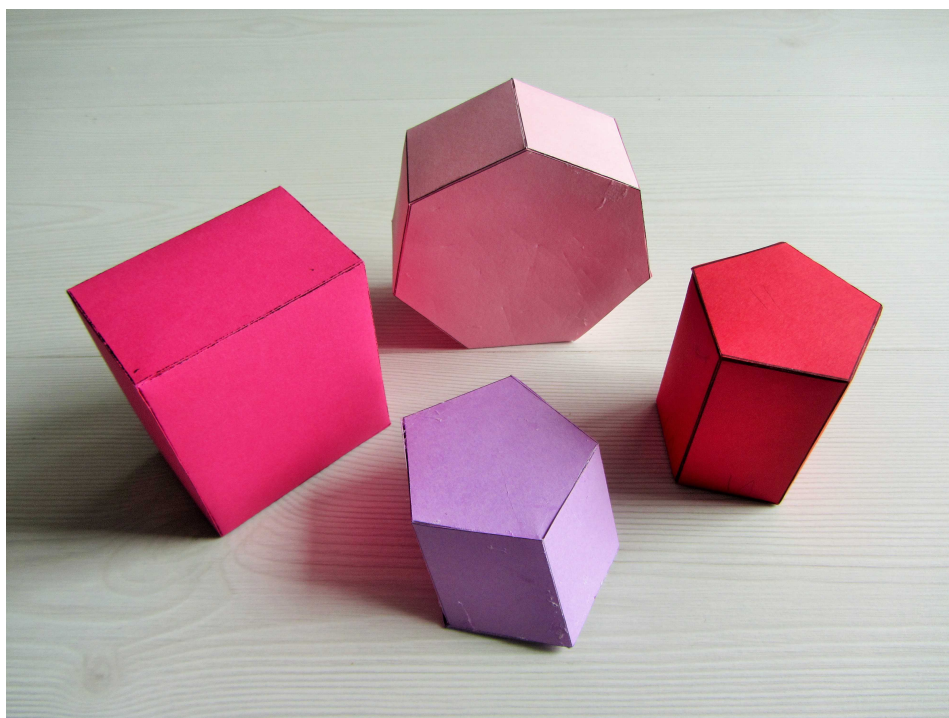


Ryc. 10. Antygraniastosłup pięciokątny

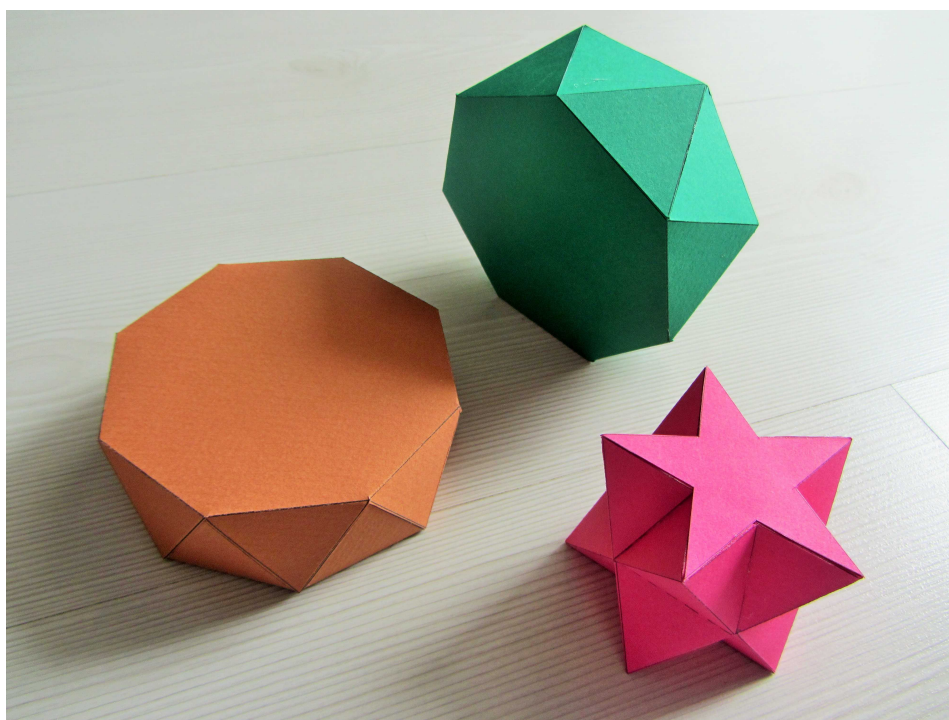


Ryc. 11. Antygraniastosłup sześciokątny

4.3. Fotografie wybranych graniastosłupów i antygraniastosłupów



Fot. 5. Graniastosłupy



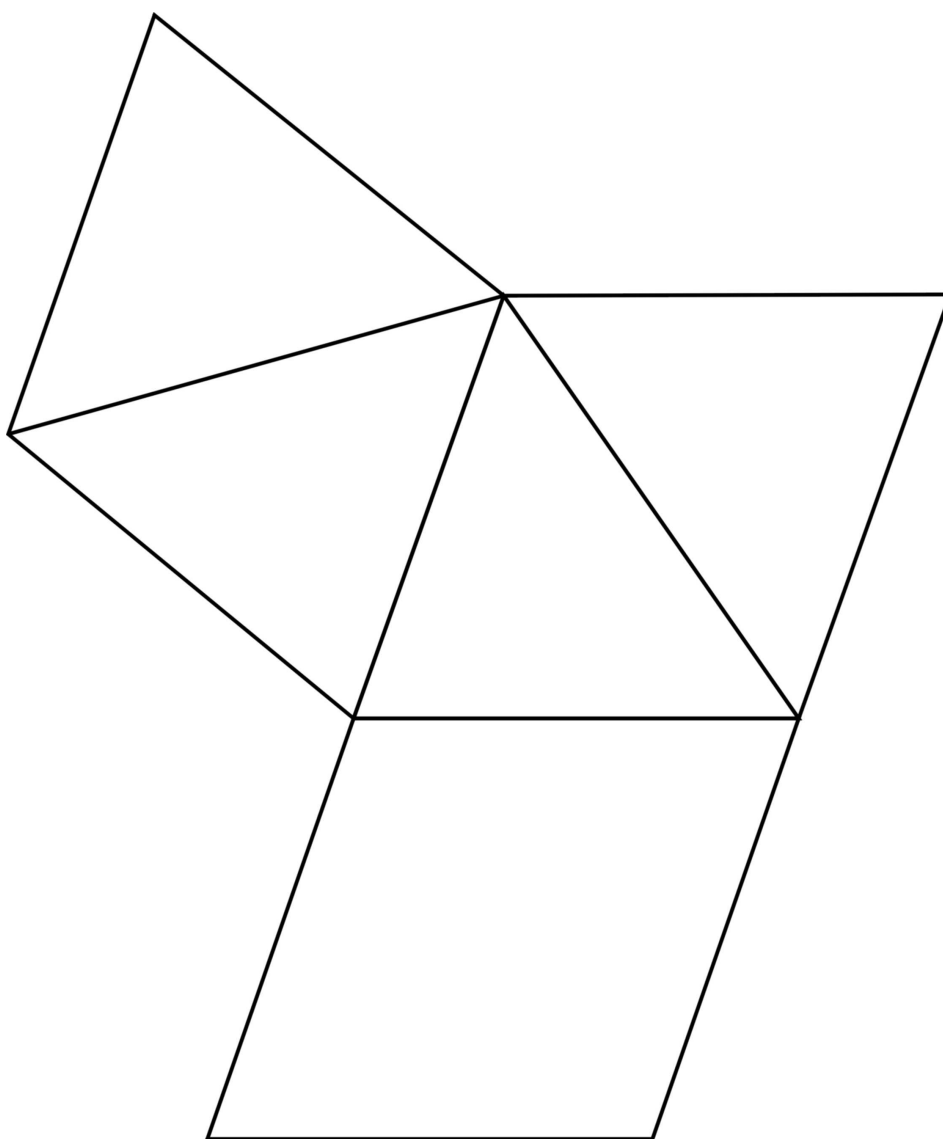
Fot. 6. Antygraniastosłupy

Rozdział 5. Ostrosłupy

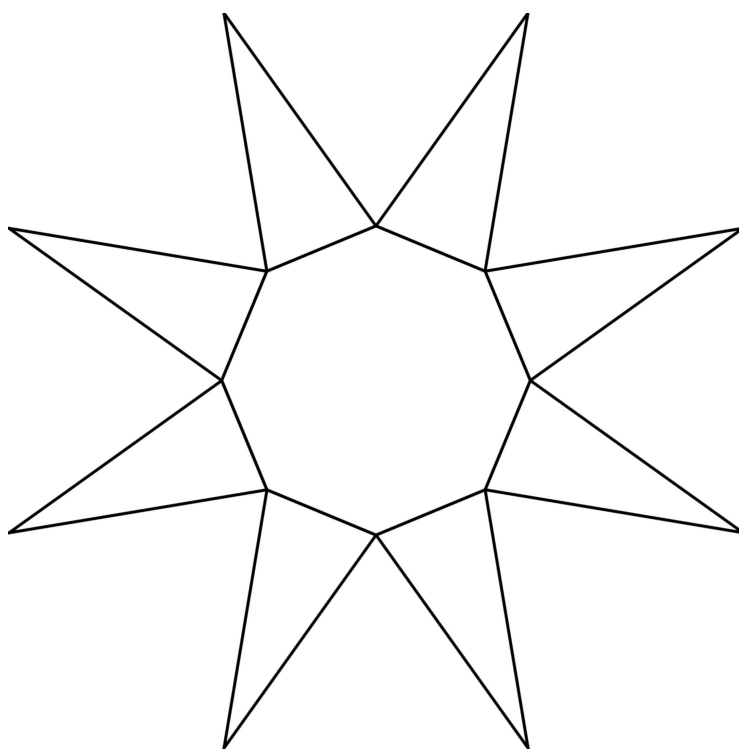
5.1. Charakterystyka ostrosłupów

Wszystkie ostrosłupy posiadają jedną podstawę, która jest wielokątem. Ściany boczne są trójkątami i jest ich tyle, ile krawędzi podstawy. Ostrosłup jest prawidłowy wtedy, gdy podstawa jest wielokątem foremnym, a ściany boczne są przystającymi trójkątami równoramiennymi. W przypadku ostrosłupa o wszystkich trójkątnych ścianach, każda z ścian może zostać uznana za podstawę. Ściany ostrosłupa trójkątnego mogą być także przystające. Jeżeli są przystające, to jednak nie muszą być foremne, ale muszą być trójkątami ostrokątnymi.

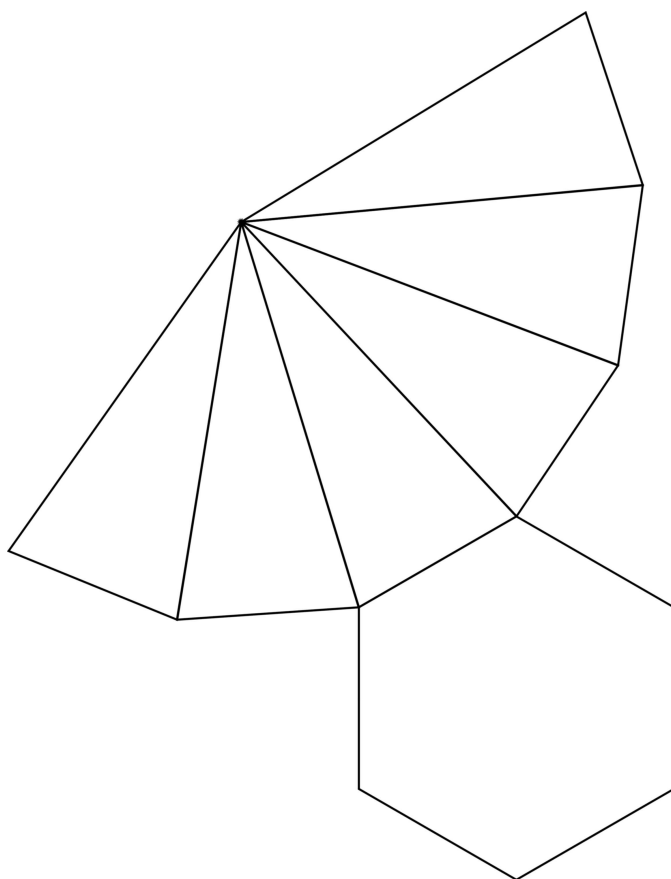
5.2. Siatki wybranych ostrosłupów



Ryc. 12. Ostrosłup o podstawie rombowej

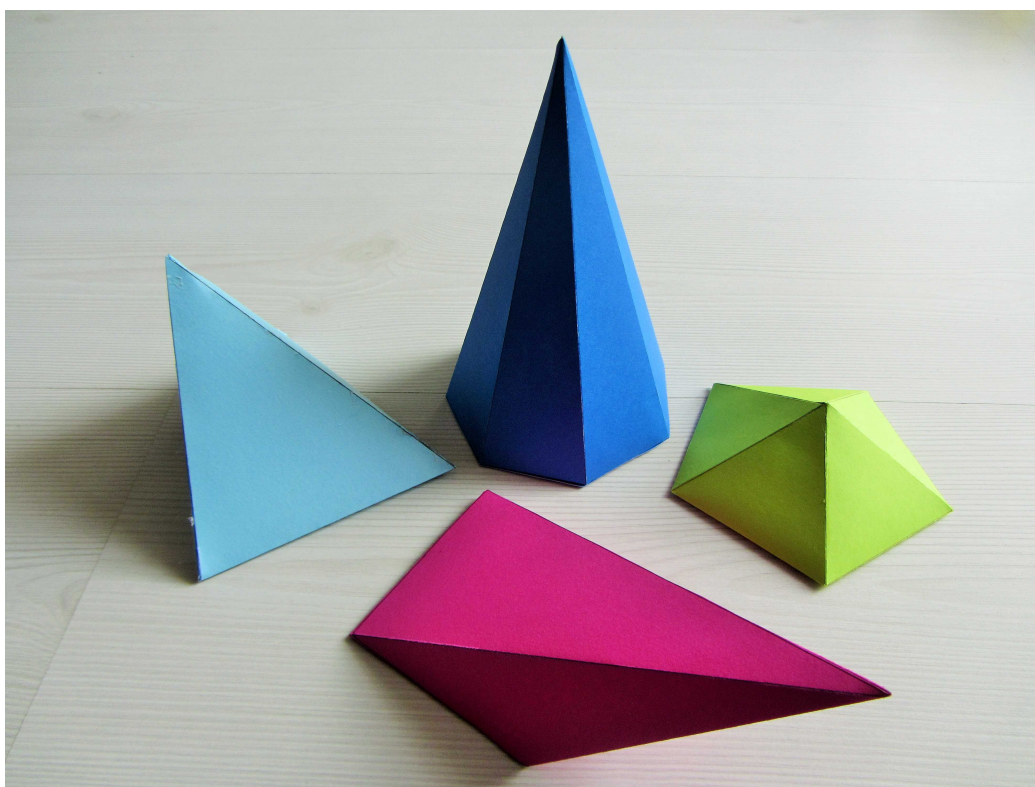


Ryc. 13. Ostrosłup prawidłowy ośmiokątny



Ryc. 14. Ostrosłup prawidłowy sześciokątny

5.3. Fotografie wybranych ostrosłupów



Fot. 7-8. Ostrosłupy

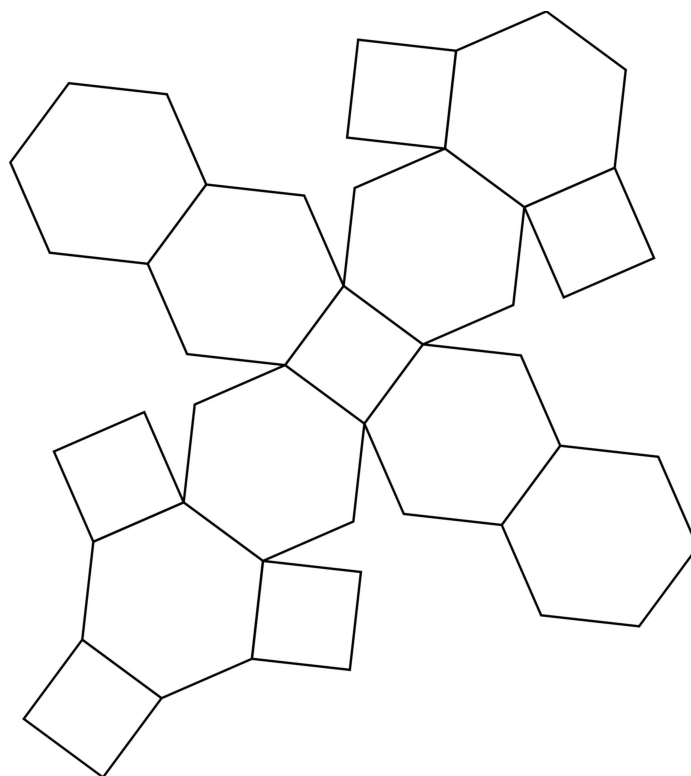
Rozdział 6. Wielościany archimedesowe

6.1. Charakterystyka wielościanów archimedesowych

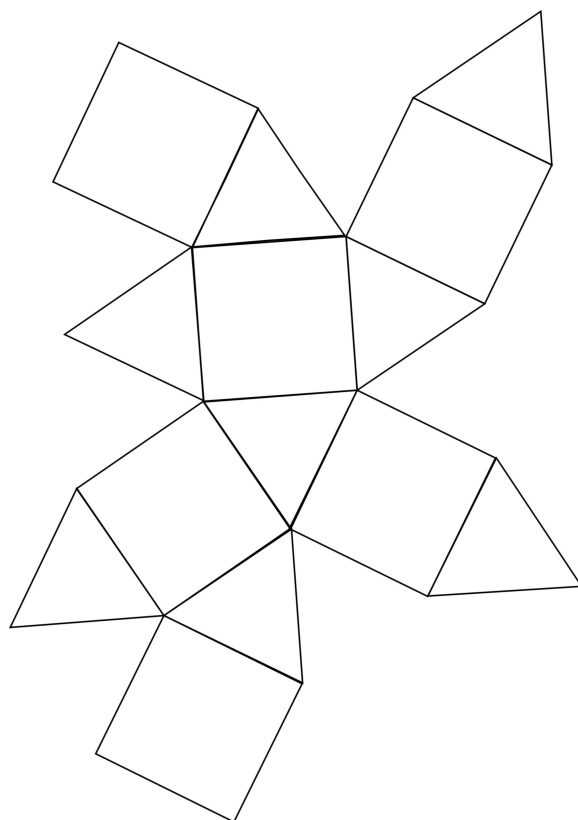
Wielościany archimedesowe są wielościanami, których ściany są wielokątami foremnymi co najmniej dwóch różnych typów. W każdym wierzchołku zbiega się jednakowa liczba ścian w jednakowej kolejności. Niektóre można otrzymać np. poprzez ścinanie wierzchołków wielościanów foremnych. Oto ich lista:

- ! czworościan ścięty
- ! sześćcio-ośmiościan
- ! sześcian ścięty
- ! ośmiościan ścięty
- ! sześćcio-ośmiościan rombowy mały
- ! sześćcio-ośmiościan rombowy wielki
- ! sześćcio-ośmiościan przycięty
- ! dwudziesto-dwunastościan
- ! dwunastościan ścięty
- ! dwudziestościan ścięty
- ! dwudziesto-dwunastościan rombowy mały
- ! dwudziesto-dwunastościan rombowy wielki
- ! dwudziesto-dwunastościan przycięty.

6.2. Siatki wybranych wielościanów archimedesowych

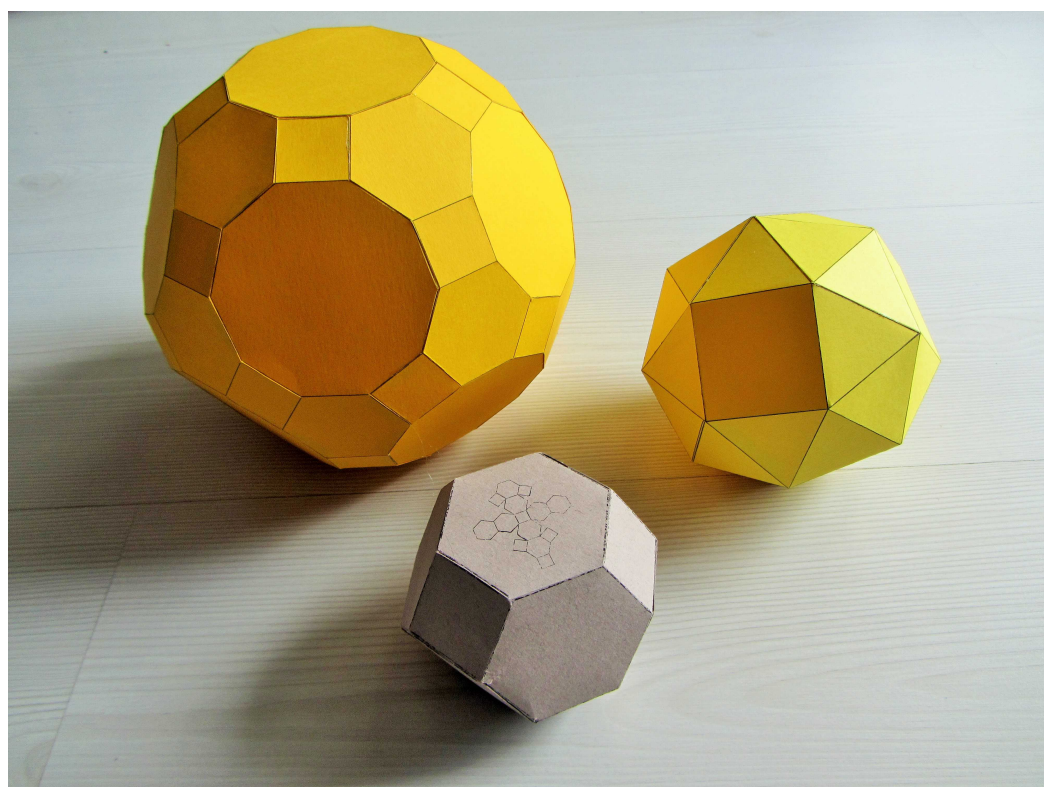


Ryc. 15. Ośmiościan ścięty



Ryc. 16. Sześćcio-ośmiościan

6.3. Fotografie wybranych wielościanów archimedesowych



Fot. 9-10. Wielościany archimedesowe

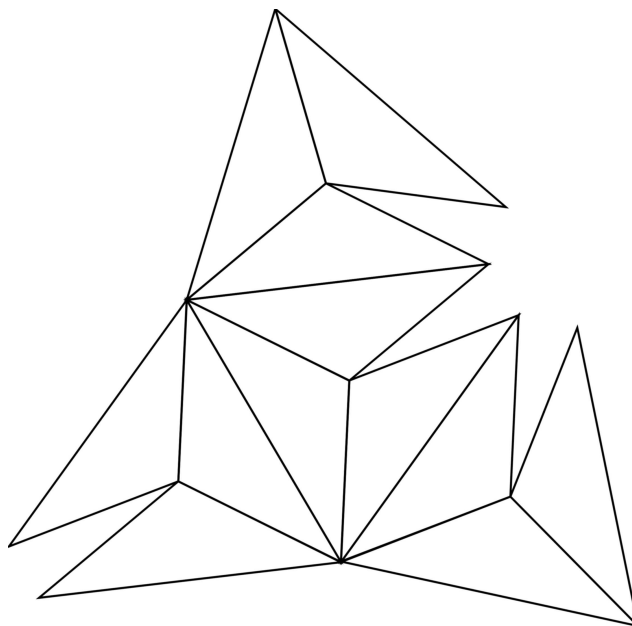
Rozdział 7. Wielościany Catalana

7.1. Charakterystyka wielościanów Catalana

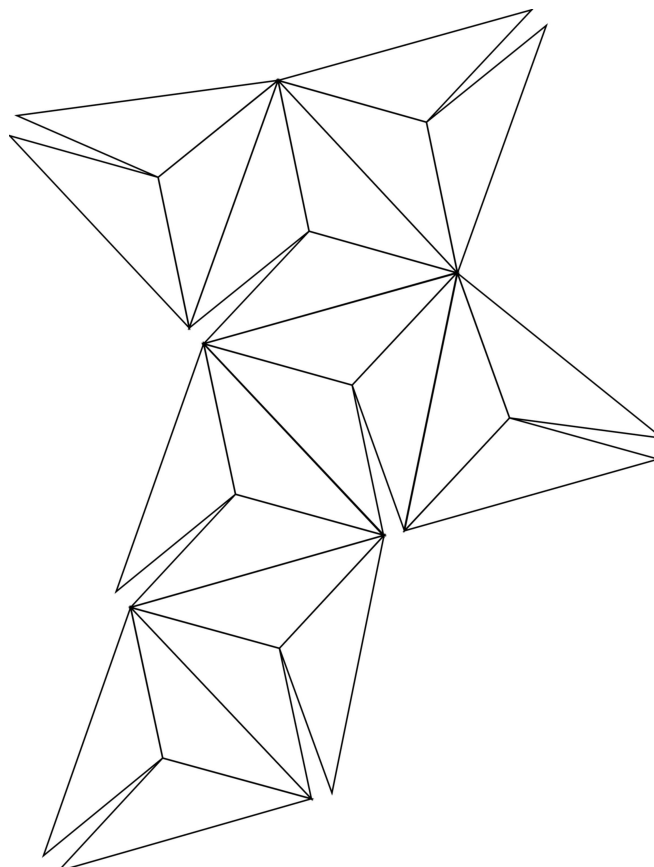
Wielościany Catalana są dualne do wielościanów archimedesowych. Jest ich trzynaście. W każdym takim wielościanie poszczególne ściany są przystające, kąty dwuścienne mają identyczną miarę, lecz krawędzie niekoniecznie mają równą długość. Mogą mieć dwanaście, dwadzieścia cztery, czterdzieści osiem, sześćdziesiąt lub sto dwadzieścia ścian. Są to:

- ! czworościan potrójny
- ! dwunastościan rombowy
- ! sześćościan poczwórny
- ! ośmiościan potrójny
- ! dwudziestoczterościan deltoidowy
- ! dwudziestoczterościan pięciokątny
- ! ośmiościan szóstkowy
- ! trzydziestościan rombowy
- ! dwunastościan piątkowy
- ! dwudziestościan potrójny
- ! sześćdziesięciościan deltoidowy
- ! sześćdziesięciościan pięciokątny
- ! dwudziestościan szóstkowy.

7.2. Siatki wybranych wielościanów Catalana

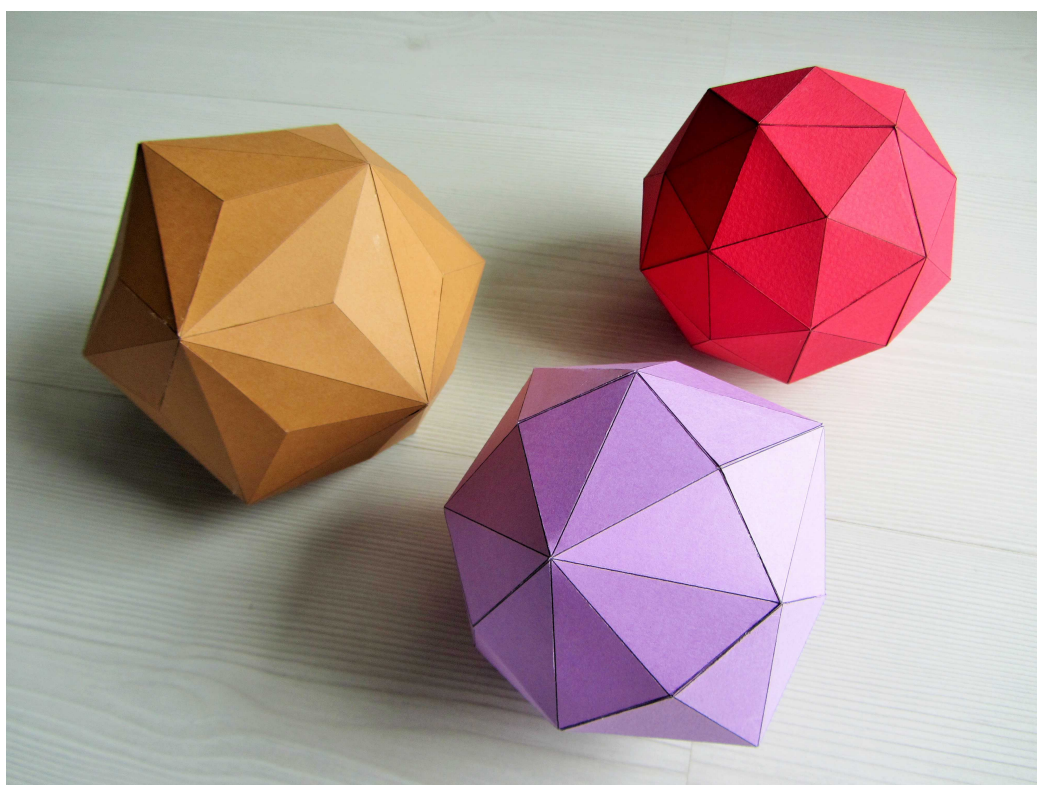
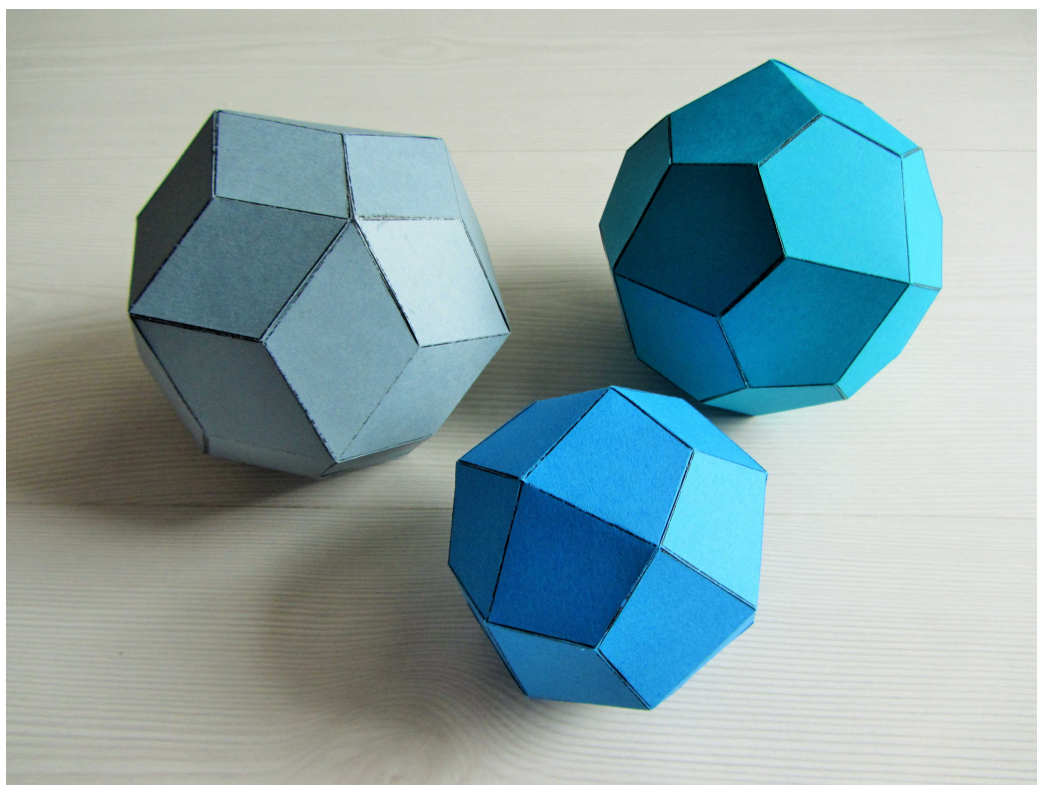


Ryc. 17. Czworościan potrójny



Ryc. 18. Ośmiościan potrójny

7.3. Fotografie wybranych wielościanów Catalana



Fot. 11-12. Wielościany Catalana

Rozdział 8. Własne obserwacje

Zauważyłem samodzielnie kilka faktów związanych z wielościanami i ich siatkami, które poniżej wyszczególniam.

1. W ostrosłupie prawidłowym kąt między ścianami bocznymi ma większą miarę, niż kąt wewnętrzny podstawy.
2. W ostrosłupie prawidłowym kąt między ramionami ścian bocznych musi mieć mniejszą miarę od kąta środkowego podstawy.
3. Każdy wielościan foremny można podzielić na przystające ostrosłupy prawidłowe w taki sposób, że ich podstawami będą ściany wielościanu foremnego.
4. Każdy wielościan foremny spełnia przynajmniej jeden z podanych warunków:
 - ! w każdym wierzchołku schodzą się trzy krawędzie i trzy ściany
 - ! ściany są trójkątami równobocznymi.
5. Wierzchołki ośmiościanu foremnego są środkami krawędzi czworościanu foremnego.
6. Wierzchołki sześcianu są wierzchołkami dwóch czworościanów foremnych.
7. Przestrzeń trójwymiarową można szczelnie wypełnić za pomocą sześcianów, czworościanów foremnych z ośmiościanami foremnymi, ośmiościanów ściętych, dwunastościanów rombowych, graniastosłupów prostych trójkątnych, a także graniastosłupów, których podstawą jest równoległobok lub sześciokąt posiadający środek symetrii.
8. Wszystkie krawędzie wielościanów archimedesowych mają równą długość, lecz mogą w jednym wielościanie istnieć krawędzie wspólne, np. w dwudziestościanie ściętym istnieją zarówno krawędzie wspólne dla jednego pięciokąta foremnego i jednego sześciokąta foremnego, jak i dla dwóch sześciokątów foremnych. Równie dobrze np. w sześćcio-ośmiościanie każda krawędź jest wspólna dla jednego trójkąta równobocznego i jednego kwadratu.
9. W graniastosłupie prawidłowym kąt między podstawą, a ścianą boczną wynosi dziewięćdziesiąt stopni, natomiast kąt między dwoma ścianami bocznymi jest równy kątowi wewnętrznemu podstawy.
10. W każdym ostrosłupie liczba wszystkich wierzchołków i wszystkich ścian jest równa i o jeden większa od liczby wierzchołków podstawy.
11. W każdym graniastosłupie liczba wszystkich ścian jest o dwa większa od liczby krawędzi pojedynczej podstawy, liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest większa trzykrotnie od liczby krawędzi pojedynczej podstawy, natomiast liczba wszystkich wierzchołków to dwukrotność liczby wierzchołków jednej podstawy.

12. Można użyć środków ścian ostrosłupa prawidłowego jako wierzchołków innego ostrosłupa prawidłowego.
13. W antygraniastosłupie, jeśli przyjąć, że podstawa ma n wierzchołków, to liczba krawędzi wyniesie $4n$, liczba wszystkich wierzchołków oczywiście $2n$, natomiast liczba wszystkich ścian $2n+2$, z tego bocznych ścian będzie $2n$.
14. W wielościanach Catalana każda ściana jest przystająca, każdy kąt dwuścienny ma identyczną miarę. W każdym wielościanie Catalana istnieją dwa lub trzy rodzaje wierzchołków, np. w dwunastościanie rombowym jest sześć wierzchołków wspólnych dla czterech ścian i osiem wierzchołków wspólnych dla trzech ścian.

Tabela 1. Charakterystyka wybranych wielościanów

Lp.	Nazwa	Typ ścian	Liczba ścian	Liczba krawędzi	Liczba wierzchołków
1	Ostrosłup prawidłowy trójkątny	1 trójkąt równoboczny, 3 trójkąty równoramienne	4	6	4
2	Czworościan foremny	4 trójkąty równoboczne	4	6	4
3	Graniastosłup trójkątny pochyły	2 trójkąty równoboczne, 1 prostokąt, 2 równoległoboki	5	9	6
4	Ostrosłup o podstawie prostokątnej	1 prostokąt, 4 trójkąty równoramienne (2 typy)	5	8	5
5	Ostrosłup prawidłowy trójkątny ścięty	2 trójkąty równoboczne, 3 trapezy równoramienne	5	9	6
6	Ostrosłup o podstawie rombu	4 trójkąty równoramienne (przypadkowo), 1 romb	5	8	5
7	Ostrosłup prawidłowy czworokątny	4 trójkąty równoramienne, 1 kwadrat	5	8	5
8	Graniastosłup prawidłowy trójkątny	2 trójkąty równoboczne, 3 prostokąty	5	9	6
9	Graniastosłup pochyły o podstawie kwadratu	2 kwadraty, 4 równoległoboki	6	12	8
10	Złoty romboedr	6 złotych rombów	6	12	8
11	Graniastosłup prosty czworokątny o podstawie rombowej	2 romby, 4 prostokąty	6	12	8
12	Ostrosłup prawidłowy czworokątny ścięty	2 kwadraty, 4 trapezy równoramienne	6	12	8
13	Graniastosłup prawidłowy czworokątny	2 kwadraty, 4 prostokąty	6	12	8
14	Romboedr	6 rombów	6	12	8
15	Ostrosłup prawidłowy pięciokątny	5 trójkątów równoramiennych, 1 pięciokąt foremny	6	10	6
16	Prostopadłościan	6 prostokątów	6	12	8
17	Sześcian	6 kwadratów	6	12	8
18	Graniastosłup pięciokątny gwiaździsty	5 prostokątów, 2 pentagramy	7	15	10
19	Graniastosłup pięciokątny pochyły	2 pięciokąty, 5 równoległoboków	7	15	10
20	Tetrahemihexahedron (brak polskiej nazwy)	3 kwadraty, 4 trójkąty równoboczne	7	12	6
21	Graniastosłup archimedesowy pięciokątny	2 pięciokąty foremne, 5 kwadratów	7	15	10

Lp.	Nazwa	Typ ścian	Liczba ścian	Liczba krawędzi	Liczba wierzchołków
22	Ostrosłup prawidłowy pięciokątny ścięty	5 trapezów równoramiennych, 2 pięciokąty foremne	7	15	10
23	Ostrosłup prawidłowy sześciokątny	6 trójkątów równoramiennych, 1 sześciokąt foremny	7	12	7
24	Graniastosłup prawidłowy pięciokątny	2 pięciokąty foremne, 5 prostokątów	7	15	10
25	Stella octangula (kompozycja dwóch czworościanów)	8 trójkątów równobocznych	8	12	8
26	Ostrosłup prawidłowy siedmiokątny	1 siedmiokąt foremny, 7 trójkątów równoramiennych	8	14	8
27	Trójkątna kopuła	4 trójkąty równoboczne, 3 kwadraty, 1 sześciokąt foremny	8	15	9
28	Czworokątny trapezohedron	8 deltoidów	8	16	10
29	Czworościan ścięty	4 trójkąty równoboczne, 4 sześciokąty foremne	8	18	12
30	Graniastosłup prawidłowy sześciokątny	2 sześciokąty foremne, 6 prostokątów	8	18	12
31	Ośmiościan foremny	8 trójkątów równobocznych	8	12	6
32	Graniastosłup siedmiokątny gwiaździsty	7 prostokątów, 2 heptagramy	9	21	14
33	Ostrosłup prawidłowy ośmiokątny	8 trójkątów równoramiennych, 1 ośmiokąt foremny	9	18	9
34	Kopuła czworokątna	1 ośmiokąt foremny, 5 kwadratów, 4 trójkąty równoboczne	10	20	12
35	Graniastosłup prawidłowy ośmiokątny	8 prostokątów, 2 ośmiokąty foremne	10	24	16
36	Pięciokątny trapezohedron	10 deltoidów	10	20	12
37	Antygraniastosłup czworokątny	8 trójkątów równobocznych, 2 kwadraty	10	16	8
38	K-dron	1 kwadrat, 2 prostokąty, 4 trójkąty prostokątne, 2 trójkąty prostokątne równoramienne, 1 romb 1 pięciokąt nieforemny	11	nie ustalono	12
39	Ostrosłup prawidłowy dziesięciokątny	10 trójkątów równoramiennych, 1 dziesięciokąt foremny	11	20	11

Lp.	Nazwa	Typ ścian	Liczba ścian	Liczba krawędzi	Liczba wierzchołków
40	Dwunastościan rombowy Bilińskiego	12 złotych rombów	12	24	14
41	Dwunastościan wielki	12 pięciokątów foremnych	12	30	12
42	Octahemioctahedron (brak polskiej nazwy)	8 trójkątów równobocznych, 4 sześciokąty foremne	12	24	12
43	Antygraniastosłup pięciokątny gwiaździsty	2 pentagramy, 10 trójkątów równobocznych	12	20	10
44	Dwunastościan gwiaździsty mały	12 pentagramów	12	30	12
45	Kompozycja dwóch sześciątów	12 przenikających się kwadratów	12	24	14
46	Kopuła pięciokątna	1 pięciokąt foremny, 1 dziesięciokąt foremny, 5 trójkątów równobocznych, 5 kwadratów	12	25	15
47	Dwuklinoid przycięty	12 trójkątów równobocznych	12	18	8
48	Sześciokątny trapezohedron	12 deltoidów	12	24	14
49	Czworościan potrójny	12 trójkątów równoramiennych	12	18	8
50	Pięciokątny antygraniastosłup	10 trójkątów równobocznych, 2 pięciokąty foremne	12	20	10
51	Dwunastościan rombowy	12 rombów	12	24	14
52	Dwunastościan foremny	12 pięciokątów foremnych	12	30	20
53	Kompozycja sześcianu i ośmiościanu	8 trójkątów równobocznych, 6 kwadratów	14	24	14
54	Potrójnie powiększony graniastosłup trójkątny	14 trójkątów równobocznych	14	21	9
55	Trójkątna podwójna kopuła	8 trójkątów równobocznych, 6 kwadratów	14	24	12
56	Ośmiościan ścięty	6 kwadratów, 8 sześciokątów foremnych	14	36	14
57	Antygraniastosłup sześciokątny	12 trójkątów równobocznych, 2 sześciokąty foremne	14	24	12
58	Sześcian ścięty	8 trójkątów równobocznych, 6 ośmiokątów foremnych	14	36	24
59	Sześćcio-ośmiościan	8 trójkątów równobocznych, 6 kwadratów	14	24	12
60	Antygraniastosłup siedmiokątny	2 siedmiokąty foremne, 14 trójkątów równobocznych	16	28	14
61	Ośmiokątny trapezohedron	16 deltoidów	16	32	18
62	Dwukopuła czworokątna	8 trójkątów równobocznych, 10 kwadratów	18	32	16

Lp.	Nazwa	Typ ścian	Liczba ścian	Liczba krawędzi	Liczba wierzchołków
63	Antygraniastosłup ośmiokątny	2 ośmiokąty foremne, 16 trójkątów równobocznych	18	32	16
64	Dwudziestościan rombowy	20 złotych rombów	20	40	22
65	Dwudziestościan foremny	20 trójkątów równobocznych	20	30	12
66	Ośmiościan potrójny	24 trójkąty równoramienne	24	36	14
67	Dwudziestoczterościan pięciokątny	24 pięciokąty nieforemne	24	60	38
68	Dwudziestoczterościan deltoidowy	24 deltoidy	24	48	26
69	Sześćościan poczwórny	24 trójkąty równoramienne	24	36	14
70	Pseudo sześćo-ośmiościan rombowy mały	8 trójkątów równobocznych, 18 kwadratów	26	48	24
71	Antygraniastosłup czworokątny przycięty	2 kwadraty, 24 trójkąty równoboczne	26	40	16
72	Sześćo-ośmiościan ścięty	6 ośmiokątów foremnych, 8 sześciokątów foremnych, 12 kwadratów	26	72	48
73	Sześćo-ośmiościan rombowy mały	8 trójkątów równobocznych, 18 kwadratów	26	48	24
74	Trzydziestościan rombowy	30 złotych rombów	30	60	32
75	Dwunastościan ścięty	12 dziesięciokątów foremnych, 20 trójkątów równobocznych	32	90	60
76	Dwudziesto-dwunastościan	12 pięciokątów foremnych, 20 trójkątów równobocznych	32	60	30
77	Dwudziestościan ścięty	20 sześciokątów foremnych, 12 pięciokątów foremnych	32	90	60
78	Sześćo-ośmiościan przycięty	32 trójkąty równoboczne, 6 kwadratów	38	60	24
79	Ośmiościan szóstkowy	48 trójkątów różnobocznych	48	72	26
80	Sześćdziesięciościan deltoidalny	60 deltoidów	60	120	62
81	Dwudziestościan potrójny	60 trójkątów równoramiennych	60	90	32
82	Dwunastościan piątkowy	60 trójkątów równoramiennych	60	90	32
83	Dwudziesto-dwunastościan ścięty	30 kwadratów, 20 sześciokątów foremnych, 12 dziesięciokątów foremnych	62	180	120
84	Dwudziesto-dwunastościan rombowy mały	12 pięciokątów foremnych, 20 trójkątów równobocznych, 30 kwadratów	62	120	60

Lp.	Nazwa	Typ ścian	Liczba ścian	Liczba krawędzi	Liczba wierzchołków
85	Dwudziesto- dwunastościan przycięty	80 trójkątów równobocznych, 12 pięciokątów foremnych	92	150	60

Źródło: opracowanie własne

Spis rycin:

- Ryc. 1. Siatka czworościanu foremnego
- Ryc. 2. Siatka dwudziestościanu foremnego
- Ryc. 3. Siatka dwunastościanu foremnego
- Ryc. 4. Siatka ośmiościanu foremnego
- Ryc. 5. Siatka sześcianu
- Ryc. 6. Siatka K-dronu
- Ryc. 7. Graniastosłup prosty trójkątny
- Ryc. 8. Graniastosłup prawidłowy ośmiokątny
- Ryc. 9. Graniastosłup pochyły sześciokątny
- Ryc. 10. Antygraniastosłup pięciokątny
- Ryc. 11. Antygraniastosłup sześciokątny
- Ryc. 12. Ostrosłup o podstawie rombowej
- Ryc. 13. Ostrosłup prawidłowy ośmiokątny
- Ryc. 14. Ostrosłup prawidłowy sześciokątny
- Ryc. 15. Ośmiościan ścięty
- Ryc. 16. Sześcio-ośmiościan
- Ryc. 17. Czworościan potrójny
- Ryc. 18. Ośmiościan potrójny

Spis fotografii:

- Fot. 1. Pięć wielościanów foremnych
- Fot. 2-4. Dwa K-drony tworzące sześcian
- Fot. 5. Graniastosłupy
- Fot. 6. Antygraniastosłupy
- Fot. 7-8. Ostrosłupy
- Fot. 9-10. Wielościany archimedesowe
- Fot. 11-12. Wielościany Catalana

Bibliografia i źródła internetowe

Pawlikowski Piotr, *W krainie wielościanów. Zrób sobie bryłkę*, Wyd. 1, Opole, 2006, Wydawnictwo NOWIK Sp. j.

<https://pl.wikipedia.org/wiki> – Encyklopedia wirtualna [dostęp: 30.09.2016]

<https://www.megamatma.pl> – Blog Matematyczny [dostęp: 30.09.2016]

<http://www.matematyka.wroc.pl> - Wrocławski Portal Matematyczny [dostęp: 30.09.2016]